Universität Regensburg, Mathematik
Prof. Dr. Bernd Ammann

WiSe 2026
Zentralübung 2 vom 27.11.2026
Zentralübungsblatt Nr. 2

Zentralübung Analysis III

Aufgabe 1.

(a) Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die folgende Funktion komplex differenzierbar sind:

$$h : \mathbb{C} \setminus \{z \in \mathbb{C} \,|\, \mathrm{Re}(z) = 0\} \to \mathbb{C},$$
$$h(x+iy) = \log\sqrt{x^2+y^2} + i\arctan(y/x).$$

(b) Zeigen Sie, dass $k : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $k(x+iy) = \sqrt{|xy|}$ im Ursprung die Cauchy-Riemann-Gleichungen erfüllt, aber dort nicht komplex differenzierbar ist. Ist $\ell(x+iy) = |xy|$ im Ursprung komplex differenzierbar?

Aufgabe 2.

(a) Sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen. Zeigen Sie: Sind $f, g : \Omega \to \mathbb{C}$ in $z_0 \in \Omega$ komplex differenzierbare Funktionen, so ist auch $f \pm g$ komplex differenzierbar in z_0 und es gilt:

$$(f \pm g)'(z_0) = f'(z_0) \pm g'(z_0) \quad (\textit{Summenregel}).$$

(b) Seien $\Omega, \widetilde{\Omega} \subset \mathbb{C}$ offen. Zeigen Sie die *Kettenregel*: Ist $g : \Omega \to \widetilde{\Omega}$ komplex differenzierbar in z_0 und $f : \widetilde{\Omega} \to \mathbb{C}$ komplex differenzierbar in $g(z_0)$, so ist auch $f \circ g : \Omega \to \mathbb{C}$ komplex differenzierbar in z_0 und es gilt

$$(f \circ g)'(z_0) = f'(g(z_0)) \cdot g'(z_0).$$