

# Analysis I: Übungen

Universität Regensburg, Wintersemester 2025/26

Prof. Dr. Bernd Ammann, Roman Schießl, Raphael Schmidpeter

Abgabe bis Freitag, 31.10., 12:00 im Zettelkasten



---

## Übungsblatt 2

**Mini-Quiz 2.** In der Übung (in der Woche vom 24.10.-31.10.) wird die Definition von einer der folgenden Mengenoperationen abgefragt. Bei richtiger Beantwortung erhalten Sie einen Bonuspunkt für die 50%-Grenze zum Erhalt der Studienleistung.

$$A \cup B, A \cap B, A \Delta B, A \setminus B.$$

---

**1. Aufgabe:** (*Distributivität des kartesischen Produktes*) (4 Punkte).

a) Seien  $M$ ,  $N$  und  $Z$  drei Mengen. Zeigen Sie die folgende „Rechenregeln“:

$$(M \cup N) \times Z = (M \times Z) \cup (N \times Z)$$

$$(M \cap N) \times Z = (M \times Z) \cap (N \times Z)$$

b) i) Gilt für alle Mengen  $M_1, M_2, N_1, N_2$  die Gleichheit

$$(M_1 \cup M_2) \times (N_1 \cup N_2) = (M_1 \times N_1) \cup (M_2 \times N_2)?$$

Wenn ja, so beweisen Sie es. Wenn nein, so geben Sie ein Gegenbeispiel an.

ii) Gilt für alle Mengen  $M_1, M_2, N_1, N_2$  die Gleichheit

$$(M_1 \cap M_2) \times (N_1 \cap N_2) = (M_1 \times N_1) \cap (M_2 \times N_2)?$$

Wenn ja, so beweisen Sie es. Wenn nein, so geben Sie ein Gegenbeispiel an.

**2. Aufgabe** (4 Punkte).

Betrachten Sie die Aussage

“In keiner Stadt der Oberpfalz hat kein Erwachsener kein Auto”.

Zu welchen der folgenden Aussagen ist diese Aussage äquivalent? (mehrere Antworten können richtig sein)

Begründen Sie für jede der Aussagen bitte kurz Ihre Antwort.

a) Es gibt keinen Erwachsenen in der Oberpfalz, der ein Auto hat.

b) In jeder Stadt der Oberpfalz gibt es mindestens einen Erwachsenen, der kein Auto hat.

c) In jeder Stadt der Oberpfalz gibt es mindestens einen Erwachsenen, der mindestens ein Auto hat.

d) In jeder Stadt der Oberpfalz haben alle Erwachsenen kein Auto.

**3. Aufgabe** (4 Punkte).

Verneinen Sie die folgende Aussage und vereinfachen Sie die verneinte Aussage, bis keine explizite Verneinung  $\neg$  mehr dasteht:

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_{>0} : \exists \delta \in \mathbb{R}_{>0} : \forall x, y \in \mathbb{R} : (|x - y| < \delta) \rightarrow (|x^2 - y^2| < \varepsilon).$$

**4. Aufgabe** (4 Punkte).

Sei  $X := \{1\}$ .

- a) Bestimmen Sie die Menge  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(X))$ .
- b) Bestimmen Sie die Menge  $\{Q \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(X))) \mid Q \text{ hat genau zwei Elemente}\}$ .