

## Zentralübung Analysis I

### 1 Gleichheit von Mengen beweisen

#### Aufgabe 1.

Zeigen Sie (Proposition 3.12 (a) bis (g) im Skript), indem Sie Proposition 2.9 (a) bis (g) nutzen.

Seien  $P$  und  $Q$  Teilmengen von  $M$ . Dann gilt

(a)  $P \cup (M \setminus P) = M$

(b)  $P \cap (M \setminus P) = \emptyset$

(c)  $P \cup M = M$

(d)  $P \cap \emptyset = \emptyset$

(e)  $P \cup \emptyset = P$

(f)  $P \cap \emptyset = \emptyset$

(g)  $P \cap M = P$

(h)  $P \cup Q = Q \cup P$  (Kommutativität von  $\cup$ )

(k)  $P \cup (Q \cup R) = (P \cup Q) \cup R$  (Assoziativität von  $\cup$ )

#### Aufgabe 2. (Übung 3.13 im Skript)

Sei  $A$  die Aussage  $x \in P$  und  $B$  die Aussage  $x \in Q$ . Übersetzen Sie die restlichen Aussagen aus Proposition 2.9 mit Ausnahme von (s) und (u) in Aussagen über Mengen, also (q), (r) (t), (v), (w), (x), (y) und (z). Es ist erlaubt, mehrere Aussagen zu einer Aussage über Mengen zusammenzuführen. (Achten Sie dabei darauf, dass Sie alle Schritte logisch gut begründen.) ■

*Die Lösung dieser Aufgabe finden Sie in einem Anhang des Skripts.*

### 2 Mehr Beweismethoden

#### Aufgabe 3. (Implikationen zeigen)

Seien  $a$  und  $b$  reelle Zahlen. Zeigen Sie, dass folgende Implikation gilt:

$$|a| + |b| = 0 \Rightarrow (a = 0) \wedge (b = 0).$$

#### Aufgabe 4. (Potenzmengen)

Zeigen Sie

(a)  $\mathcal{P}(M) \cup \mathcal{P}(N) \subset \mathcal{P}(M \cup N)$

(b)  $\mathcal{P}(M) \cup \mathcal{P}(N) = \mathcal{P}(M \cup N) \Leftrightarrow (M \subset N) \vee (N \subset M)$

(c) Untersuchen Sie den Zusammenhang zwischen  $\mathcal{P}(M) \cap \mathcal{P}(N)$  und  $\mathcal{P}(M \cap N)$ . *Antwort: Sie sind gleich! Wurde in der Zentralübung gezeigt.*

### 3 Aussagen

#### Aufgabe 5.

a) Formalisieren Sie die Aussagen:

- i) An den Tagen, an welchen der Fabrik keine seltenen Erden geliefert werden, kann sie keine Chips produzieren.
- ii) An den Tagen, an denen die Gewerkschaft zum Streik aufruft, kann sie keine Chips produzieren.
- iii) Die Fabrik ist zahlungsunfähig, wenn an keinem Tag im November 2025 Chips produziert werden.

Sei  $M$  die Menge aller Tage,  $N$  die Teilmenge von  $M$  aller Tage im November 2025.

$A(x)$ : Der Fabrik werden am Tag  $x$  seltene Erden geliefert.

$B(x)$ : Die Gewerkschaft ruft am Tag  $x$  zum Streik auf.

$C(x)$ : Die Fabrik produziert Chips am Tag  $x$ .

$D$ : Die Fabrik ist zahlungsunfähig.

b) Verneinen Sie die Aussagen i), ii) und iii).