Übungen zur Analysis IV

Universität Regensburg, Sommersemester 2020
Prof. Dr. Bernd Ammann, Guadalupe Castillo-Solano
Tutoriumsblatt für die Woche ab 27.4.2020

Tutoriumsblatt 2

1. Aufgabe

4

Seien $I, J \in \mathbb{R}$ offene Intervalle, $r \geq 1$ und $\alpha : I \to \mathbb{R}^k$ eine C^r-Kurve. Eine C^r-Kurve $\beta : J \to \mathbb{R}^k$ heißt Reparametrisierung von α, falls ein C^r-Diffeomorphismus $\varphi : J \to I$ existiert, sodass $\beta = \alpha \circ \varphi$ gilt.
Beweisen Sie: Eine Reparametrisierung $\beta : J \to \mathbb{R}^k$ von α mit der Eigenschaft $\|\beta'(s)\| = 1$ für alle $s \in J$ existiert genau dann, wenn $\alpha'(t) \neq 0$ für alle $t \in I$.

2. Aufgabe

4 Sei $S^2 = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$ die 2-dimensionale Sphäre, und sei $\xi \in S^2$ ein fester Vektor. Prüfen Sie, ob die folgenden Abbildungen Vektorfelder auf S^2 sind:

a)

$$\begin{aligned} X_1 : S^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto (x, y, z) \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} X_2 : S^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto \xi \times (x, y, z) \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} X_2 : S^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto \Big(\xi \times (x, y, z)\Big) \times (x, y, z) \end{aligned}$$