

**1** Déterminer tous les  $n \in \mathbb{N}$  tel que

$$5 + n \equiv 2 \pmod{4}$$

$$6 + n \equiv 3 \pmod{2}$$

$$4n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3n \equiv 2 \pmod{6}$$

$$3n \equiv 3 \pmod{6}$$

**2** Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $n(n+1)(2n+1)$  est multiple de 6.

**3** Déterminer l'ensemble des entiers  $n \in \mathbb{N}$  vérifiant  $3^n \equiv 1 \pmod{5}$ ,  $786^n \equiv 1 \pmod{11}$ ,  $1976^n \equiv 4 \pmod{7}$

**4** Montrer que si  $n \equiv 7 \pmod{8}$ ,  $n$  ne peut être somme de 3 carrés d'entiers.

**5** Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  :

1.  $13 \mid 31^{4n+1} + 18^{4n-1}$

2.  $5 \mid 17^{4n+1} + 3 \cdot 9^{2n}$

3.  $11 \mid 3^{2n+1} + 2 \cdot 4^{3n+1}$

**6** Déterminer l'ensemble des entiers  $n \in \mathbb{N}$  tels que :

1.  $7 \mid 5^{6n} + 5^n + 2$

2.  $6 \mid 5^n + 5n + 1$

3.  $13 \mid 5^{2n} + 5^n$

**7** Montrer que  $n^3 + n^2 + 1$  n'est pas multiple de 5. Quels sont les entiers  $n$  tels que  $n^4 + n^3 + 1$  est multiple de 5 ?