**Exercices pour le cours Géométrie et topologie**
**Bernd Ammann, 2006**

Feuille03, Exercices de présence — Février 2006

---

**1** Détérminer toutes les courbes regulières $c : I \to S^m \subset \mathbb{R}^{m+1}$ telle que la courbure géodésique est identiquement nulle.

**2** Soit $M \subset \mathbb{R}^{m+1}$ une hypersurface, et $\nu : M \to S^m$ une application avec $\nu(p) \perp T_pM \quad \forall p \in M$. Montrer pour tout $X, Y \in T_pM$

$$\langle \mathrm{I\!I}_p(X,Y), \nu(p)\rangle = -g(d\nu_p(X), Y).$$

**3** Soit $f : ]a,b[ \to \mathbb{R}^+$ une fonction positive lisse. On définit la surface de rotation $M_f$ comme l'image de l'application

$$\psi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \qquad (s,t) \mapsto \begin{pmatrix} t \\ f(t)\cos s \\ f(t)\sin s \end{pmatrix}.$$

(a) Calculer $T_pM_f$ pour tout $p \in M_f$.

(b) Construire une application $\nu : M_f \to S^2$, telle que $\nu(p) \in N_pM_f := (T_pM_f)^\perp$ pour tout $p \in M$.

(c) Calculer $II$, $\ddot{u}$ et $S$. Donner une base $E_1(p), E_2(p)$ de $T_pM_f$ telle que $E_i(p)$ sont des directions principales.

(d) Calculer la courbure moyenne $H(p) = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\, S_p$ et la courbure Gaussienne $K = \det S_p$ en tout $p \in M_f$.