Übungen zur Vorlesung „Analysis auf Mannigfaltigkeiten“ im WS 2002/03

Blatt 1 — 21. Oktober 2002

1 Sei $X \in \Gamma(TM)$, $\alpha \in \Gamma(T^*M)$, $w \in \Gamma(\Lambda^k T^*M)$. Zeigen Sie, dass

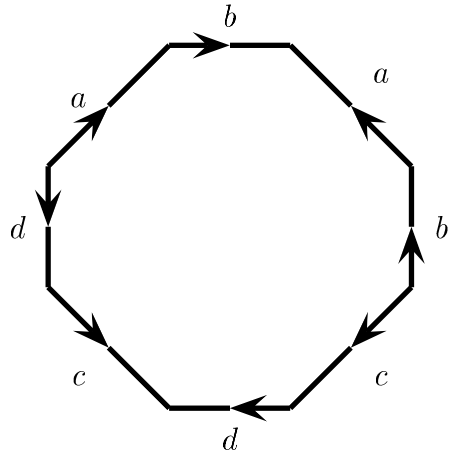
$$\nabla_X(\alpha \llcorner w) = (\nabla_X \alpha) \llcorner w + \alpha \llcorner (\nabla_X w).$$

2 Sei $*$ der Hodge-Stern-Operator auf einer orientierten Riemannschen n-dimensionalen Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie für $\omega \in \Gamma(\Lambda^k T^*M)$ und $\alpha \in \Gamma(T^*M)$

$$\alpha \llcorner \omega = \pm * (\alpha \wedge * \omega).$$

Bestimmen Sie das Vorzeichen $\pm$.

3 Wir kleben die Seiten eines 8-Ecks wie folgt zusammen (a mit a, b mit b, c mit c, d mit d, so dass die Pfeile in dieselbe Richtung zeigen).



Wir erhalten eine orientierte kompakte 2-dimensionale Mannigfaltigkeit M (ohne Rand). Berechnen Sie die Euler-Charakteristik $\chi(M)$. (Tipp: Triangulieren Sie das Achteck und benutzen Sie die Definition von $\chi(M,T)$ der Vorlesung.) Was ist das Geschlecht γ von M? Zeichnen Sie ein Bild von M und skizzieren Sie die Kurven entlang derer verklebt wurde.

Abgabe: möglichst bis Montag, 28.10.02

Bitte geben Sie Ihren Namen auf ihren Lösungen an.

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/analysis`