Übungen zur Vorlesung „Funktionentheorie 1“ im SS 2001

Blatt 1 — 3. April 2001

Bitte tragen Sie sich am 3. April in der Vorlesung in die Liste der Übungsgruppen ein. Es gibt zwei Gruppen: Gruppe 1, Geom 435, am Freitag 10–12 Uhr, Gruppe 2, Geom 435 am Freitag 12–14 Uhr. Die Einteilung wird am Mittwoch, den 4. April bekanntgegeben unter

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/ft/uebunsgruppen.dvi`

und per Aushang vor Zimmer 340. Am 6. April finden bereits zum erstenmal Übungen statt. In diesen Übungen werden Grundlagen wiederholt, die für das Verständnis der Vorlesung wichtig sind. Fragen sind sehr willkommen!

1

(a) Berechnen Sie den Realteil, den Imaginärteil, den Betrag und das Argument der komplexen Zahlen

(a) $z = \dfrac{(2i+1)(i-2)+1}{(2-i)^2-2+i}$

(b) $z = \dfrac{(3+i)^5}{4i+2} + \dfrac{(2+i)^2-6}{5+2i}$

(b) Man ermittle sämtliche Lösungen der Gleichung $z^5 = 3 - i\sqrt{3}$.

2

Für eine Teilmenge $M \subset \mathbb{C}$ definieren wir die *abgeschlossene Hülle*

$$\overline{M} = \bigcap \{A \mid M \subset A, \quad A \text{ abgeschlossen}\},$$

den *offenen Kern*

$$\overset{\circ}{M} = \bigcup \{U \mid U \subset M, \quad U \text{ offen}\}$$

und den Rand $\partial M := \overline{M} \setminus \overset{\circ}{M}$. Zeigen Sie, dass $\overline{M}$ und ∂M abgeschlossen sind, und dass $\overset{\circ}{M}$ offen ist.

3 Wir betrachten die Abbildung

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{C} \setminus \{0\} & \to & \mathbb{C} \setminus \{0\} \\ z & \to & 1/\overline{z} \end{array}$$

Berechnen Sie

(a) die Fixpunkte der Abbildung f, d.h. die Punkte mit $f(z) = z$.

(b) das Bild der Geraden $g := \{1 + it \,|\, t \in \mathbb{R}\}$ unter f.

Skizzieren Sie die Fixpunktmenge von f, die Gerade g und das Bild $f(g)$.

4 Skizzieren Sie

$$M := \{iy \,|\, -1 \leq y \leq 1\} \cup \{x + i \sin(1/x) \,|\, x > 0\}$$

und zeigen Sie, dass M zusammenhängend, aber nicht wegzusammenhängend ist.

Abgabe: Dienstag, 10. April 2001 zu Beginn der Vorlesung
Bitte geben Sie Ihren Namen und Ihre Gruppennummer auf ihren Lösungen an.
`http://www.math.uni-hamburg.de/home/ammann/ft`