Übungen zur Vorlesung „Differentialgeometrie II“
SS 1999 bei Prof. C. Bär
Blatt 7 7. Juni 1999

1 Sei $M = S^2$ mit der Standardmetrik. Berechnen Sie

$$\int_{S^2} f(x)\,\mathrm{dvol}(x) \quad \text{und} \quad \int_{S^2} f(x)^2\,\mathrm{dvol}(x),$$

wobei $f(x^1, x^2, x^3) = x^1$, $x = (x^1, x^2, x^3) \in S^2 \subset \mathbb{R}^3$.

2 Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$, $(f(t) = f_1(t), f_2(t))$ eine Parametrisierung einer injektiven regulären Kurve. Die *Drehfläche*

$$M_f := \{(f_1(t), f_2(t)\sin(s), f_2(t)\cos(s)) \,|\, t \in [a, b], s \in \mathbb{R}\}$$

ist eine Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^3$ und trage die induzierte Metrik.
Weiterhin sei Ω ein Gebiet in $\mathbb{R}^2$ und $h : \Omega \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion. Der *Graph*

$$N_h := \{(x, y, h(x, y)) \,|\, (x, y) \in \Omega\}$$

ist ebenfalls eine Untermannigfaltigkeit und trage die induzierte Metrik.
Berechnen Sie $\mathrm{vol}(M_f)$ und $\mathrm{vol}(N_h)$.

3 Konstruieren Sie für alle $n \geq 2$ eine vollständige, nicht kompakte, n-dimensionale Riemannsche Mannigfaltigkeit M mit $\mathrm{vol}(M) < \infty$.

4 Berechnen Sie $\mathrm{vol}(S^n)$, wobei S^n die Standardmetrik trägt.

Abgabe: Montag, **14. Juni 1999** in der Vorlesung
`http://web.mathematik.uni-freiburg.de/home/ammann/diffgeo`