Übungen zur Vorlesung „Differentialgeometrie II“
SS 1999 bei Prof. C. Bär

Blatt 3 26. April 1999

Übungsgruppe:
dienstags, 13–15 Uhr, SR 218, Eckerstr. 1

1 Sei $E \to \mathbb{R}P^1$ das tautologische Geradenbündel. Zeigen Sie, daß $E \oplus E \to \mathbb{R}P^1$ trivial ist.

2 Sei $\pi : E \to M$ ein Vektorbündel und $f : N \to M$ eine glatte Abbildung. Zeigen Sie:

(a) Der Totalraum des zurückgezogenen Bündels $f^*E \to N$ ist diffeomorph zur Untermannigfaltigkeit $\Big\{(p, v) \in N \times E \;\Big|\; \pi(v) = f(p)\Big\}$ von $N \times E$.

(b) Es gibt einen Vektorbündelhomomorphismus $F : f^*E \to E$ über f, der faserweise ein Isomorphismus ist.

3 Sei $\widetilde{E} \subset E \to M$ ein Untervektorbündel. Konstruieren Sie mittels Proposition 4.11 die Mannigfaltigkeitsstruktur auf

$$E/\widetilde{E} := \bigcup_{p \in M} E_p/\widetilde{E}_p,$$

die $E/\widetilde{E} \to M$ zu dem Quotientenbündel macht.

4 Sei M eine differenzierbare Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie, daß M genau dann eine Lorentz-Metrik besitzt, wenn es Untervektorbündel $E, L \subset TM$ des Tangentialbündels gibt mit

$$TM = E \oplus L \qquad \text{und} \qquad \mathrm{Rang}\,(L) = 1.$$

Hinweis: L entspricht der zeitlichen Richtung, E den räumlichen.

Abgabe: Montag, 3. Mai 1999 in der Vorlesung
`http://web.mathematik.uni-freiburg.de/home/ammann/diffgeo`